

Besi Sığırları İçin NRC 2000 Sistemine Bağlı Minimum Maliyetli Rasyon Formülasyon Modeli¹

Çeviren:

Ramazan YETİŞİR, Prof. Dr.

S. Ü. Ziraat Fakültesi, Zootečni Bölümü

42075 AK Kampus-Konya

e-mail: ryetisir@gmail.com

Özet

Etçi sığırlarının besin maddesi ihtiyaçları, NRC (2000) tarafından açıklandığı gibi, eşitliklerle belirlenmektedir. Bu eşitliklerin bazıları doğrusal ve eklemeli olmayıp bu durum Doğrusal Programlama (DP) ile modellenmelerini güçleştirmektedir. Bu tebliğde; NRC (2000) Model Düzeyi Bir'deki önerileri dikkate alan minimum-maliyetli diyet formülasyonu için Karma Sayısal Doğrusal Programlamada (KSDP) bir model tanımlanmaktadır. Bazı fonksiyonlarda doğrusallık ve eklenebilirlik olmamasının, sayısal (binary: 0 veya 1) değişkenlerle alternatif kısıtlar kullanılarak modellenmesiyle, üstesinden gelinmektedir. Model, hayvanların ihtiyaçlarını değiştiren çevre faktörleri, isteğe bağlı yem tüketimi seviyesi ve rumendeki mikarobiyal protein sentezinin etkinliğini değiştiren diyet faktörleri olduğunu kabul etmektedir. Bu model enerji, metabolik protein, kalsiyum, fosfor ve efektif lif ihtiyaçlarını dikkate almaktadır. Kaba yem tüketimi otlama anındaki ot tüketimiyle, ek yem tüketimi ise müsade edilebilecek maksimum ek yemle sınırlandırılmaktadır. Bu tebliğde, modelin uygulama örneği gösterilmekte ve muhtemel ilaveler açıklanmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Karma sayısal doğrusal programlama, Otlatma, Ek yemleme

Least Cost Beef Cattle Ration Formulation Model Based on NRC 2000 System

Abstract

Nutritional requirements of beef cattle described by NRC (2000) are determined by equations, some of which are nonlinear or non additive which makes it difficult for modelling with linear programming. This paper describes a model of mixed integer linear programming to formulate least-cost diet that incorporates the recommendations of Model Level One of NRC (2000). The lack of additivity or linearity of some functions were overcome using alternatives restrictions modelling with binary variables. The model considers environmental factors that modify the requirements of the animals and the effects of the diet that affects the efficiency of microbial protein synthesis in the rumen and the level of voluntary feed intake. This model considers the requirements of energy, metabolizable protein, calcium, phosphorus and effective fiber. The intake of pasture is limited by the potential intake of pasture at grazing and the intake of supplement is limited by the maximum level of supplementation permitted. This paper shows an example of application of the model and describes possible extensions.

Keywords: Mixed integer linear programming. Grazing. Supplementation.

¹**Makalenin Aslı (İspanyolca):**

Soto, C. y Reinoso, V. 2012. Modelo de Formulación de Raciones al Mínimo Costo Para Ganado de Carne Basada en el Sistema NRC 2000, Arch. Zootec. 61 (234): 255-266.

GİRİŞ

Uruguay'da etçi sığır yetiştiriciliği, kendine has bir şekilde, düşük düzeyde bir ek yemleme ile desteklenen bir otlatma ile gerçekleştirilir. Ek yemleme; yapısal olarak entansif sistemlerde kaba yem üretiminin bariz bir şekilde azaldığı kritik kış periyodu şartlarında yapılır. Otlaklar, besin maddelerini düşük maliyette sağlayan besleme kaynağı olup, belirli bir üretim düzeyi için ek yem maliyetini düşürme bakımından zorunludurlar (Soto ve Reinoso, 2004).

Waugh (1951)'un minimum maliyetli rasyon formülasyonu için makale yayınlamasından günümüze kadar, Doğrusal Programlama (DP) bu alanda yeri doldurulamayan bir araç olmuştur. Hem DP'nin prensip ve çözüm metotları (Hiller ve Lieberman, 2002; Taha, 1998) hem de üretim ve hayvan beslemede kullanımı birçok çalışmada (Black ve Hlubick, 1980; Barnard ve Nix, 1984; Beneke ve Winterboer, 1973; Maroto ve ark., 1997) detaylı olarak açıklanmıştır.

Çok sayıda besleme sistemi, minimum maliyetli diyet formülasyonu yapabilmek amacıyla, DP ile modellenmiştir (Tedeschi ve ark., 2000; Rotz ve ark., 1999; O'Connor ve ark., 1989; Black ve Hlubick, 1980; Brokken, 1971).

Uruguay'daki hayvan besleme uzmanlarının büyük çoğunluğu, etçi sığırların diyetlerini en son NRC (2000) tavsiyelerini dikkate alarak düzenlemek istemektedirler. Ancak, bu modellerdeki fonksiyonların birçoğunun doğrusal ve eklemeli olmamalarından dolayı bunlarla minimum maliyetli rasyon hazırlamak oldukça güçtür.

Bu çalışmanın amacı; NRC (2000) Model Düzeyi Bir'i, büyüyen ve otlayan etçi sığırlar için minimum maliyette rasyon formülasyonu amacıyla, bir Karma Sayısal (binary) DP modeli ile birleştirmek ve modelin uygulamasına ait bir örnek göstermektir.

Not: Bu makalede rasyon ve diyet kelimeleri aynı manada kullanılmaktadır.

MATERYAL VE METOD

NRC (2000) besin maddesi ihtiyaçlarını canlı ağırlık, sığır tipi, süt verim düzeyi ve çevre şartlarını dikkate alarak tahmin etmektedir. Tahmin modeli iki düzeye ayrılmaktadır. Birinci düzeyde model basit ve yemlerin kısmi besin maddesi kompozisyon bilgileri ile bahsedilen konulara uygulanması (Uruguay durumunda) kolaydır. İkinci düzey daha karışık ki, karbonhidrat ve proteinlerin rumende değerlendirilmesi ve ayrıca organizmanın amino asit ihtiyaç ve payları ile ilgili ilave bilgilere ihtiyaç duyulur. NRC (2000)'nin her iki model

düzeyinde de, diyet ve hayvanın besin maddesi ihtiyaçları bir çok bakımdan interaktif (biri diğerine bağlı) durumdadırlar. Soğuk stresi nedeniyle ısı artışı; yaşama payı, büyüme ve laktasyon bakımından metabolik enerji (ME) değerlendirme etkinliği; rumen mikrobiyal protein üretimi; toplam kuru madde tüketimi vd. örneklerde olduğu gibi.

Eklenebilirlik (bir değişkenin diğerine bağlı olmaması) ve oransallık (doğrusallık), DP modellerinin zorunlu ön şartlarından bazılarıdır (Hiller ve Lieberman, 2002; Taha, 1998). NRC (2000) Model Düzeyi Bir'in bir DP modelinde birleştirilmesindeki güçlük temel olarak dört husustan kaynaklanır.

Bahsedilen modeller kabul etmektedir ki:

- ME yaşama ve verim bakımından farklı değerlendirme etkinliğine sahiptir. Bu etkinlikler diyet enerji yoğunluğuna bağlı olarak değişmektedir. Bu sebepten, NEm ve NEg ihtiyaçları ve kısmi payları eklenebilir değildir.
- Potansiyel kuru madde tüketimi, diyet NEm içeriğine bağlı olup, doğrusal olmayan bir fonksiyon aracılığıyla tahmin edilmektedir.
- Soğuk stresi bakımından yaşama payı ihtiyaçlarındaki artış, diyet ME değerlendirme etkinliği ve toplam ME tüketimine bağlıdır.
- Mikrobiyal protein sentezi etkinliği rumen pH'sına bağlı olup, bu da diyet eNDF içeriğiyle ilişkili durumdadır.

Bu çalışmada, DP ile minimum maliyetli rasyon hazırlamak için, NRC (2000) Model Düzeyi Bir'in eklenebilirlik ve doğrusallık bakımından gösterdiği problemin, Karma Sayısal Doğrusal Programlama (KSDP) modelinde sayısal değerler (0 veya 1) arasında taplanabilirlik sağlayarak, üstesinden gelinmektedir. Tüm durumlarda, orijinal NRC (2000) notasyonu kullanılarak modeller uygulanmıştır. KSDP modelinin uygulanmasında kullanılan karar değişkenleri ve parametrik sabitlerin listeleri tablo I ve II'de verilmiştir.

AMAÇ FONKSİYONU (AF)

Minimum maliyetli rasyon formülasyonunda amaç, sınırlıkları dikkate alarak, diyet maliyetini (Z) minimum yapan, yem kombinasyonunu bulmaktır.

$$\text{AF) Min } Z = P_s * C_p\$ + \sum X_j * C_j\$$$

KISITLAR

Kuru Madde Tüketimi

Kaba yem (Ps) ve ek yem (Supl) tüketimleri toplamı kuru madde tüketimi (DMI) olarak kabul edilmektedir. Kaba yem tüketimi otlayan hayvanların isteğe bağlı tüketimleriyle (pI) sınırlandırılırken, verilecek ek yemle müsaade edilen maksimum miktar (Max_CMS_R) geçilmez.

$$K1) Ps + Supl - DMI = 0$$

$$K2) Ps \leq pI$$

$$K3) \sum X_j - Supl = 0$$

$$K4) Supl \leq Max_CMS_R$$

Tablo I. Modellerde kullanılan karar değişkenleri

Ps	=	Kaba yem tüketimi (temel diyet), kg KM/gün
X _j	=	j. ek yem miktarı, kg KM/gün.
Supl	=	Toplam ek yem tüketimi, kg KM/gün.
DMI	=	Toplam kuru madde tüketimi, kg KM/gün.
MPfeed	=	Diyetle gelen metabolik protein miktarı, kg/gün.
MPbact	=	Mikrobiyal metabolik protein üretimi, kg/gün.
MCP	=	Mikrobiyal ham protein üretimi, kg/gün.
MEI	=	ME tüketimi, Mcal /gün.
TDN_cons	=	TDN tüketimi, kg/gün.
UIP_cons	=	Rumende yıkılmayan protein tüketimi, kg/gün.
DIP_cons	=	Rumende yıkılabilen protein tüketimi, kg/gün.
eNDF_cons	=	eNDF tüketimi, kg/gün.
Ca_cons	=	Kalsiyum tüketimi, kg/gün.
P_cons	=	Fosfor tüketimi, kg/gün.
EM_req	=	Toplam ME ihtiyacı, Mcal/gün.
EMm	=	Yaşama payı ME ihtiyacı, Mcal/gün.
EMg	=	Büyüme payı ME ihtiyacı, Mcal/gün.
EMact	=	Otlakta fiziki aktivite için ME ihtiyacı, Mcal/gün.
EMhs	=	Sıcaklık stresi ME ihtiyacı, Mcal/gün.
EMcs	=	Soğuk stresi için ME ihtiyacı, Mcal/gün.
y _i	=	i. yardımcı sayısal (binary) değişken (diyet ME'sinin parametirize edilmesi).
p _i	=	i. yardımcı sayısal (binary) değişken (diyet eNDF'sinin parametirize edilmesi).

Ek yemsiz olarak otlaktaki tüketim (pI), NRC (2000, sayfa 118 ve 119) eşitliklerinden faydalanılarak belirlenmektedir. Genel olarak Uruguay'da, et sığırcılığında ek yemleme seviyesi oldukça düşüktür (Orcasberro, 1994). Ek yemleme seviyesinin yükseltilmesi, özellikle kaba yemin konsantr ile ikamesi durumunda, kaba yem tüketimi ve sindirimi negatif olarak etkilenir (Moore ve ark., 1999; Caton ve Dhuyvetter, 1997; Dixon ve Stockdale, 1999; Bargo ve ark., 2003). Diyet formülasyonunda, kaba yemi ek yemle belirli bir oranda ikame ederek birleştiren, DP modelleri mevcuttur (McCall ve ark., 1999; Soto ve Reinoso, 2004). NRC (2000), kaba yem tüketimini biraz da olsa düzeltecek ek yem-kaba yem interaksiyon etkisinden bahsetmemektedir. Tüketim tahmin eşitliğinde, bariz bir şekilde sadece diyet enerji yoğunluğu fonksiyonu kalmaktadır.

Besin maddesi tüketimleri olarak; toplam ME (MEI), toplam sindirilebilir besin maddeleri (TDN_Cons), yıkılabilir protein (DIP_Cons), rumende parçalanmayan (by-pas) protein (UIP_Cons), efektif nötr deterjan lif (eNDF), kalsiyum (Ca_Cons) ve fosfor (P_Cons) hesaplanmaktadır. NRC (2000) Model Düzey Bir'e göre; sonradan bunların bazıları hayvanın ihtiyaçlarını belirlemektedirler.

$$K5) P_s * EM_0 + \sum X_j * EM_j - MEI = 0$$

$$K6) P_s * TDN_0 + \sum X_j * TDN_j - TDN_{cons} = 0$$

$$K7) P_s * UIP_0 + \sum X_j * UIP_j - UIP_{cons} = 0$$

$$K8) P_s * DIP_0 + \sum X_j * DIP_j - DIP_{cons} = 0$$

$$K9) P_s * eNDF_0 + \sum X_j * eNDF_j - eNDF_{cons} = 0$$

$$K10) P_s * Ca_0 + \sum X_j * Ca_j - Ca_{cons} = 0$$

$$K11) P_s * P_0 + \sum X_j * P_j - P_{cons} = 0$$

Tablo II. Modellerde kullanılan sabitler

Cp\$	=	Otlama maliyeti, ABD \$/kg KM.
pI	=	Otlakta kaba yem tüketimi, ek yemsiz, kg KM/gün.
Cj\$	=	j. ek yem maliyeti, ABD \$/kg KM.
Max_CMS_R	=	Müsaade edilen maksimum ek yem tüketimi, kg KM/gün.
EM0	=	Otlak ME içeriği, Mcal/kg KM.
EMj	=	j. ek yemin ME içeriği, Mcal/kg KM.
TDN0	=	Otlak TDN içeriği, kg/kg KM.
TDNj	=	j. ek yemin TDN içeriği, kg/kg KM.
UIP0	=	Otlak UIP içeriği, kg/kg KM.
UIPj	=	j. ek yemin UIP içeriği, kg/kg KM.
DIP0	=	Otlak DIP içeriği, kg/kg KM.
DIPj	=	j. ek yemin DIP içeriği, kg/kg KM.
eNDF0	=	Otlak eNDF içeriği, kg/kg KM.
eNDFj	=	j. ek yemin eNDF içeriği, kg/kg KM.
Ca0	=	Otlak kalsiyum içeriği, kg/kg KM.
Ca _j	=	j. ek yemin kalsiyum içeriği, kg/kg KM.
P0	=	Otlak fosfor içeriği, kg/kg KM.
P _j	=	j. ek yemin fosfor içeriği, kg/kg KM.
Req_Ca	=	Yaşama ve büyüme için kalsiyum ihtiyacı, kg/gün.
Req_P	=	Yaşam ve büyüme için fosfor ihtiyacı, kg/gün.
Req_MP	=	Yaşam ve büyüme için metabolik protein ihtiyacı, kg/gün.
Km _i	=	i. diyet kalori yoğunluğu için, yaşam payı ME değerlendirme etkinliği.
Kc _i	=	i. diyet kalori yoğunluğu için, büyüme payı ME değerlendirme etkinliği.
dEM _i	=	i. diyet kalori yoğunluğu, Mcal ME/kg KM.
M	=	Yeterli büyüklükteki nümerik sabit, ör. 999.0
NEm	=	Yaşama payı NE ihtiyacı, Mcal/gün.
RE	=	Büyüme için NE ihtiyacı, Mcal/gün.
NEmact	=	Otlakta fiziki aktivite için NEm ihtiyacı, Mcal/gün.
NEmhs	=	Sıcaklık stresi için NEm ihtiyacı, Mcal/gün.
NEmcs	=	Soğuk stresi için NEm ihtiyacı, Mcal/gün.
Tc	=	Aktüel çevre sıcaklığı, °C.
SA	=	Vücut yüzey alanı, m ² .
IN	=	İzolasyon değeri, °C/Mcal/m ² /gün.
CMS _i	=	i. diyet enerji değeri için potansiyel kuru madde tüketimi.
SBW	=	Hayvanın boş canlı ağırlığı, kg.

BI	=	Hayvan ırkı için efektif tüketim düzeltme faktörü.
BFAF	=	Hayvanın yağlanma derecesi için efektif tüketim düzeltme faktörü
ADTV	=	Büyüme uyarıcı uygulaması için efektif tüketim düzeltme faktörü.
TEMP1	=	Çevre sıcaklığı için efektif tüketim düzeltme faktörü.
MUDI	=	Çamur mevcudiyetinde efektif tüketim düzeltme faktörü
EfSint	=	Mikrobiyal protein sentezi etkinliği, kg/kg TDN

Kalsiyum ve Fosfor

Model; kalsiyum ve fosfor ihtiyaçlarını ile tolere edilebilir maksimum miktarlarını dikkate almakta ve bunları hayvanın canlı ağırlığı, ağırlık artışına bağlı protein birikimi ve kuru madde tüketimi ile ilişkilendirmektedir.

$$\text{K12) Ca_cons} \geq \text{Req_Ca}$$

$$\text{K13) Ca_cons} - \text{DMI} * 0.02 \leq 0$$

$$\text{K14) P_cons} \geq \text{Req_P}$$

$$\text{K15) P_cons} - \text{DMI} * 0.01 \leq 0$$

Req_Ca ve **Req_P**, sırasıyla, kalsiyum ve fosforun yaşama ve büyüme birlikte ihtiyaçları olup, NRC (2000) tablo 10-2 (sayfa 118) 'de yer alan değerlere göre hesaplanmışlardır.

Metabolik Protein

NRC (2000), hayvanların protein ihtiyaçlarını, ince barsak düzeyinde emilen ve gerçek protein olarak tanımlanan metabolik protein (MP) olarak ifade etmektedir. Bunun kaynakları ise, mikrobiyal proteinin sindirilebilir kısmı ve rumende parçalanmayan diyet proteinleridir. NRC (2000) tarafından adapte edilen MP sistemi bir kaç varsayıma dayanmaktadır. Diyet'le gelen MP'in payı, rumende parçalanmayan proteinin (UIP) 0,80 ile çarpılmasıyla belirlenir ki aynı sidirilebilirliğe, %80, sahip olduğu kabul edilir. Rumen mikro organizmalarının MP payı ise (MPbact) mikrobiyal ham protein (MCP) üretiminin 0.64 ile çarpılmasına karşılık gelir (%80 sidirilebilirlik ve %80 gerçek protein). MCP üretimi sınırlayıcı bir faktörler tarafından belirlenir ki bu; enerji tüketimi (TDN_cons) veya diyetle rumene gelen parçalanabilir protein (DIP_cons) miktarıdır. NRC (2000) MCP üretimini, enerji tüketimine bağlı ve sonuçta DIP tüketiminin yaklaşık olarak rumen mikro organizmalarının nitrojen ihtiyaçlarını karşılayacak şekilde olduğunu kabul ederek hesaplamaktadır. NRC (2000) MCP sentezi için DIP'den gelen kısmın 1:1 etkinlikte olduğunu kabul eder. Buna göre; nitrojen sirkülasyonu miktarının ince barsağa amonyak olarak geçen miktarı ile rumen duvarından emilen miktarı eşittir. NRC (2000) MCP sentezi sürecinde; enerji miktar ve değerlendirme etkinliği (EfSint) dışında, tüketilen her kg TDN için en az %20 eNDF bulunduran diyetle standart olarak 130 g MCP

üretimini kabul eder. Düşük kalite kaba yem ile beslenen ruminatlıların, MCP sentez etkinliğinin bu standardın altında olduğunu gösteren araştırma sonuçları mevcuttur. Bu araştırmalara göre; kaba yemin kalitesine bağlı olarak MCP üretimi 80 – 110 g/kg TDN arasında değişmektedir (Lardy ve ark., 2004; DelCurto ve ark., 2000; Cochran ve ark., 1998).

$$\text{K16) MPbact} + \text{MPfeed} \geq \text{Req_MP}$$

$$\text{K17) UIP_cons} * 0.80 - \text{MPfeed} = 0$$

$$\text{K18) MCP} * 0.64 - \text{MPbact} = 0$$

$$\text{K19) DIP_cons} - \text{MCP} \geq 0$$

$$\text{K20) TDN_cons} * \text{EfSint} - \text{MCP} = 0$$

$$\text{K21) eNDF_cons} - 0.20 * \text{DMI} \geq 0$$

Burada **Req_MP**, hayvanın yaşama ve büyüme payı metabolik protein ihtiyacı olarak NRC (2000, sayfa 116) eşitlikleri vasıtasıyla hesaplanmaktadır. Bu eşitlikler hayvanın canlı ağırlığı, günlük ağırlık kazancı, vücut kompozisyonu, nispi vücut ağırlığı ve ağırlık kazancının kalori yoğunluğu dikkate alınarak hesaplanmaktadır.

Enerji

ME; yem maddesinin tamamen yanması ile salınan ısı enerjisi (bürüt enerji) ile dışkı, idrar ve gaz yoluyla kaybedilen enerji arasındaki farktır (NRC, 2000).

Net enerji (NE) ise, sindirim ve besinlerin metabolize olması sırasında hayvan organizmasının ürettiği ısı artışı (ısı kaybı) ile ME arasındaki farktır (NRC, 2000).

Hayvanların yaşama ve büyüme bakımından NE olarak ifade edilen ihtiyaçları tamamen diyetten bağımsızdır (NRC, 2000). Halbuki, metabolik enerji olarak ifade edilen ihtiyaçlar, tüketilen ME'nin bir kısmının sindirim işlemleri sırasında ısı artışı olarak kaybedilmesinin dışında aynı değerlendirme etkinliğine bağlıdır. NE sistemi tamamen diyetten bağımsız olup, yaşama (NEm) ve büyüme (NEg) için farklı NE değerlendirme etkinliği olmasından dolayı, eklenebilir değildir (Lofgreen ve Garrett , 1968). NE sisteminin eklenebilir olmamasından dolayı modellenmesinde denenen farklı yöntemler mevcuttur (Brokken, 1971; Harkins ve ark., 1974). Önceki yazarlar tarafından dizayn edilen modeller, belirli bir üretim seviyesi için yaşama ve büyüme ihtiyaçları toplamının farmülasyon anında sabit olduğunu kabul ederler. Bu, NRC (2000) durumunda termonötr çevre şartları ve ısı stresi çevre şartlarında doğrudur. Diğer taraftan, NRC (2000)'e göre; soğuk stresine bağlı olarak yaşama payı ihtiyaçlarındaki artış tamamen tüketilen diyetle bağlı olup, bu özel durum için eklenebilirlik yokluğunu

çözecek alternatif bir yöntem uygulamak gerekmektedir. Isı stresi veya soğuk stresi; çevre sıcaklığı termonötr aralığının, sırasıyla, üstünde veya altında olduğunda oluşur (NRC, 2000). Hayvanlar vücut ısınısını sabit tutmak için, mevcut soğuk stresi için olduğu gibi sıcaklık stresi için de bir seri geçirgenlik ve fizyolojik değişim gösterirler. Bu değişimler ilave enerjiye ihtiyaç duyar ve bu yüzden yaşama payı ihtiyaçları artar (NRC, 2000). Hayvan tarafından gerçekleştirilen ME (MEI) tüketimi, ME ihtiyaçlarını (EM_req) karşılamalıdır. Bunlar, otlakta besiyeye alınan hayvanların yaşama payı (MEM), büyüme (MEg), otlakta fiziki aktivite (MEMact) ve ısı (MEhs) veya soğuk stresi (MEcs) için gerekli olan ME ihtiyaçları toplamıdır.

$$\mathbf{K22) MEI - EM_req} \geq 0$$

$$\mathbf{K23) EMm + EMg + EMmact + EMhs + EMcs - EM_req} = 0$$

Burada, ME ihtiyaçları için verilen ilk dört unsur (EMm, EMg, EMmact, EMhs), karşılık gelen net enerji ihtiyaçları olarak NRC (2000, sayfa 114-16) tarafından verilen eşitliklere göre hesaplanmaktadır. Bunlar, KSDP modeli ile formülasyon sonunda elde edilen enerji değerlendirme etkinliğine göre (km, kc) ME'ye çevrilmektedir. Soğuk stresi için gerekli ihtiyaçlar ise NRC (2000, sayfa 114 ve 115) eşitliklerine göre doğrudan elde edilmektedir. Yaşama payı (km) ve büyüme payı (kc) ME değerlendirme etkinliği, diyet kalori yoğunluğu ile tüketilen ME ve tüketilen toplam kuru madde arasındaki ilişkiye bağlıdır (ME [Mcal/kg KM] = MEI/DMI) (NRC, 2000). Bu değerler önceden bilinmeyip, modelde belirlenecek değişkenler olup, farklı bir durumda ve bariz bir şekilde eklenebilir değillerdir. Doğrusal ve eklenebilir olmayan fonksiyonları DP modelinde birleştirmek için farklı yollar mevcut olup, bunlar çok sayıda çalışmada açıklanmıştır (Hiller ve Lieberman, 2002; Taha, 1998; Aplan, 1986; Black ve Hlubick, 1980). Bunların bir kısmı özellikle rasyon formülasyonu amacıyla uygulanmıştır (Tedeschi ve ark., 2000; Garcia Martinez ve ark., 1998; Brokken, 1971; Dean ve ark., 1969).

Bu çalışmada, eklenebilirlik ve doğrusallık olmayan NRC (2000) Model Düzeyi Bir'in bazı fonksiyonlarına, sayısal (binary) değişkenlerle alternatif kısıt modeli (Baïllo ve arkl., 2004; Hiller ve Lieberman, 2002) uygulanarak gelişme sağlanmıştır. Alternatif kısıtlar; $\mathbf{K} < \mathbf{N}$ olmak üzere, birleşik \mathbf{N} adet sınırlıktan \mathbf{K} kadarının sağlandığı genel bir durumu ifade eder.

$$\Sigma a_{1j} * X_j \leq b_1$$

$$\Sigma a_{2j} * X_j \leq b_2$$

.....

$$\Sigma a_{nj} * X_j \leq b_n$$

Uygun bir şekilde, her bir kısıta yeterli büyüklükte bir **M** sabiti ve bir y_i sayısal (binary) değişkeni ekleyip aşağıdaki eşitlikler elde edilir:

$$\Sigma a_{1j} * X_j \leq b_1 + M (1 - y_1)$$

$$\Sigma a_{2j} * X_j \leq b_2 + M (1 - y_2)$$

.....

$$\Sigma a_{nj} * X_j \leq b_n + M (1 - y_n)$$

Burada, sadece **K** kadar sınırlığın seçimi zorlanırken, $\Sigma y_i = K$, eğer $y_i = 1$ ise sınırlık **i** aktif (uygun), $y_i = 0$ ise muhtemel **i** sınırlığı gevşek (fazla) bir durumdadır (Baíllo ve ark., 2004; Hiller ve Lieberman, 2002). Büyük eşit sınırlığı $\Sigma a_{ij} * X_j \geq b_i - M (1 - y_i)$ şeklinde modellenirken, eşit tipindeki alternatif sınırlıklar parçalanarak, büyük eşit ve küçük eşit şeklinde, iki sınırlık olarak modellenmektedir.

$$\Sigma a_{ij} * X_j \leq b_i + M (1 - y_i)$$

$$\Sigma a_{ij} * X_j \geq b_i - M (1 - y_i)$$

Uygulamada **M** değeri, bir penaltı gibi hareket edecek şekilde, yeterli büyüklükte seçilir. Ancak, yuvarlama hataları sebebiyle hesap kesinliğini bozacak şekilde, çok da büyük olmamalıdır. Genellikle bu durum, büyük ve küçük numaraların bir karışımı durumunda meydana gelir.

Bu çalışmayla sunulan modelde, diyet kalori yoğunluğu **N** adet değerle Mcal/kg KM olarak parametrize edilmektedir. Enerji yoğunluğu eklenebilir olmadığından (enerji tüketimi/yem tüketimi ilişkisine bağlı olarak), **N** adet muhtemel diyet enerji yoğunluk (Mcal/kg KM) değeri için **N** adet alternatif kısıt oluşturulmaktadır. İlave bir kısıt ile de **N** adet alternatif kısıttan sadece bir tanesi sağlanacak şekilde zorlanmaktadır. Model en uygun kalori yoğunluğunu seçerken, karşılık gelen zorunlu besin maddesi kısıtları diyet toplam maliyetini minimize edecektir.

$$\text{K24.1a) } MEI - DMI * dEM_1 + y_1 * M \leq M$$

$$\text{K24.1b) } MEI - DMI * dEM_1 - y_1 * M \geq -M$$

$$\text{K24.2a) } MEI - DMI * dEM_2 + y_2 * M \leq M$$

$$\text{K24.2b) } MEI - DMI * dEM_2 - y_2 * M \geq -M$$

.....

$$\text{K24.Na) } MEI - DMI * dEM_n + y_n * M \leq M$$

$$\text{K24.Nb) } MEI - DMI * dEM_n - y_n * M \geq -M$$

$$\text{K25) } \sum y_i = 1$$

Bu çalışma örneğinde; $dEM_1 = 1,40$ Mcal ME/kg KM ve $dEM_n = 3,50$ Mcal ME/kg KM arasında, 0.05 Mcal intervale, mümkün olan toplam 43 diyet enerji (dEM_i) yoğunluğu belirlenmiştir. Diyet kalori yoğunluğu (dEM_i) karşılık gelen K_m ve K_c değerleri ve toplam kuru madde tüketimi dikkate alınarak NRC (2000)'de açıklandığı gibi elde edilir. Örneğin; 2.5 Mcal ME/kg KM bulunduran bir diyet, $K_m=0,643$, $K_c=0.401$ ile ve besideki bir hayvanın $0,1145$ kg KM/kg SBW^{0,75} potansiyel yem tüketimiyle elde edilir.

Her bir olası diyet enerji yoğunluğu için enerji değerlendirme etkinliği bilinirse, ME olarak ifade edilen ihtiyaçlar sağ tarafın mümkün N adet alternatif değerleri ile kısıtlar oluşturarak modellenebilir. Bu durum genel olarak aşağıdaki gibi açıklanmıştır (Hiller ve Lieberman, 2002):

$$\sum a_{nj} * X_j = \sum b_i * y_i$$

$$\sum y_i = 1$$

i-tahmin sayısal değişken $y_i = 1$ ise karşılık gelen i-tahmin sağ taraf değerini (b_i) sağlar.

$$\text{K26) } y_1 * (NEM/Km_1) + \dots + y_N * (NEM/Km_n) - EMm = 0$$

$$\text{K27) } y_1 * (REg/Kc_1) + \dots + y_N * (REg/Kc_n) - EMg = 0$$

$$\text{K28) } y_1 * (NEmact/Km_1) + \dots + y_N * (NEmact/Km_n) - EMmact = 0$$

$$\text{K29) } y_1 * (NEmhs/Km_1) + \dots + y_N * (NEmhs/Km_n) - EMhs = 0$$

Model, N sayısal (binary) değişkenden sadece aktif olan seviye 1'de (seçilen diyet kalori yoğunluğuna karşılık gelen), K25 sınırlığı ile zorlanarak, ME olarak ifade edilen enerji ihtiyaçlarını sadece aktif y_i değişkenine karşılık gelen değerlerle hesap eder. Seviye sıfırda bulunan sayısal (binary) değişkene karşılık gelen diğer değerler ihmal edilir.

NRC (2000, sayfa 114 ve 115)'de soğuk stresi ME ihtiyaçları için verilen eşitlikler kısıt olarak aşağıdaki gibi entegre edilebilir:

$$\text{K30) } MEcs + MEI * 0.85 \geq [(39-Tc)*SA/IN + 0.85 * RE]$$

Buradaki Tc, SA, IN ve RE NRC (2000, sayfa 114 ve 115)'de gösterildiği gibi hesaplanır.

Yem Tüketimi

Besideki hayvanlarda muhtemel kuru madde tüketimi, NRC (2000, sayfa 118 ve 119) de yer alan diyet enerji yoğunluğu ve hayvanın canlı ağırlığını dikkate alan bir fonksiyon aracılığıyla, ırk (BI), yağlanma derecesi (BFAF), büyüme uyarıcıları kullanma durumu

(ADTV), çevre sıcaklığı ve vücut yüzeyinde çamur mevcudiyet durumuna (MUD1) göre düzeltilerek, tahmin edilir.

$$\mathbf{R31) \sum y_i * (CMS_i * SBW^{0,75} * BI * BFAF * ADTV * TEMP1 * MUD1) - DMI \geq 0}$$

Burada:

CMS_i i-tahmin diyet enerji yoğunluğunda bir kg metabolik vücut ağırlığı için tüketilen tahmini kuru madde miktarıdır. BI, BFAF, ADTV, TEMP1 ve MUD1 ise NRC (2000 sayfa 119) tablo 10-4'de, daha önce bahsedilen tüketim düzeltme etkisi için çarpım faktörleridir.

Modelin Uygulanması

Daha önce açıklandığı gibi model, enerjinin bir kısmı için (K20) sabit bir MCP değerlendirme etkinliği (EfSint) kabul eder. Bunun için diyet eNDF muhtevasının en az %20 olması gerekir (K21). eNDF konsantrasyonu ile rumen pH'sı arasında sıkı bir ilişki mevcuttur. NRC (2000)'e göre; diyet eNDF konsantrasyonu %20'nin altına düşerse, eNDF'nin %1 düşmesine bağlı olarak rumen pH'sının da düşmesiyle mikrobiyal protein etkinliği %2.5 azalır. Bu husus dikkate alındığında, K20 ve K21 kısıtları eNDF ve karşılık gelen mikrobiyal protein sentezini parametrize eden alternatif kısıtlarla ikame edilir. Yeterli düzeyde bir rumen sağlığı idame ettirebilmek için diyet minimum %5 eNDF öngörülmektedir (NRC, 2000).

$$\mathbf{K21.1) eNDF_cons - DMI * 0.20 - p_1 * M \geq -M}$$

$$\mathbf{K21.2a) eNDF_cons - DMI * 0.1999 + p_2 * M \leq M}$$

$$\mathbf{K21.2b) eNDF_cons - DMI * 0.1900 - p_2 * M \geq -M}$$

.....

$$\mathbf{K21.16a) eNDF_cons - DMI * 0.0599 + p_{16} * M \leq M}$$

$$\mathbf{K21.16b) eNDF_cons - DMI * 0.0500 - p_{16} * M \geq -M}$$

$$\mathbf{K21.0) \sum p_i = 1}$$

$$\mathbf{K20.1a) TDN_cons * EfSint * 1.00 - MCP + p_1 * M \leq M}$$

$$\mathbf{K20.1b) TDN_cons * EfSint * 1.00 - MCP - p_1 * M \geq -M}$$

$$\mathbf{K20.2a) TDN_cons * EfSint * 0.975 - MCP + p_2 * M \leq M}$$

$$\mathbf{K20.2b) TDN_cons * EfSint * 0.975 - MCP - p_2 * M \geq -M}$$

.....

$$\mathbf{K20.16a) TDN_cons * EfSint * 0.625 - MCP + p_{16} * M \leq M}$$

$$\mathbf{K20.16b) TDN_cons * EfSint * 0.625 - MCP - p_{16} * M \geq -M}$$

Model, en uygun diyet eNDF konsantrasyonunu seçer ve karşılık gelen ρ_i aktif sayısal (binary) değişkeni aracılığıyla yeterli mikrobiyal sentez etkinliğini atayarak belirler.

Model Uygulama Örneği

Tablo III ve IV den başlayarak, kış periyodunda otlayan erkek danalar için, örnek bir hipotetik uygulama modeli geliştirilmiştir. Biraz lafi uzatırsak, bir örnek ortaya koyan bu doğrusal programlama matrisi, elektronik posta ile çözümü kapsamaz.

Tanım	Değişken	Değer
Cinsiyet	SEX	Dana
İrk	BE	Hereford
Yaş (ay)	T	9
Boş Vücut Ağırlığı (kg)	SBW	160
Günlük Ağırlık Artışı (kg)	SWG	0,200
Kondisyon Skoru (1-9)	CS	5
İstenen yağlanma referans ağırlığı (kg)	SRW	462
Otlak başlangıç değeri (kg MS/ha)	pAVAIL, IPM	800
Arazi durumu	TERRAIN	düz
Otlak TDN oranı (%)	TDNp	55
Otlatma süresi (gün)	DOP	90
Otlatma alanı (ha)	GU	1
Otlayan hayvan sayısı (baş)	N	1
Rüzgar hızı (Kph)	WIND	15
Önceki çevre sıcaklığı (°C)	Tp	7
Aktüel çevre sıcaklığı (°C)	Tc	7
Gece soğuk mu?	TEMP1	evet
Kıl uzunluğu (cm)	HAIR	0,5
Deri kalınlığı	HIDE	Kaba
Kıl örtüsünün durumu	MUD1	Temiz ve kuru
Isı stresi var mı?	-	Hayır
Mikrobiyal protein sentezi için değerlendirme etkinliği (kg/kg TDN)	EfSint	0,13

	Kırsal Alan (Otlak)	Kırık Mısır	ATK (ekspeller)	Pirinç Yan Ürünleri
Fiyat (U\$S/kg MS)	0,007	0,145	0,133	0,105
eNDF (kg/kg KM)	0,225	0,065	0,092	0,000
TDN (kg/kg KM)	0,550	0,900	0,650	0,700
ME (Mcal/kg MS)	1,980	3,250	2,350	2,530
HP (kg/kg KM)	0,0915	0,098	0,259	0,144
DIP (kg/kg KM)	0,0595	0,044	0,207	0,073
UIP (kg/kg KM)	0,0320	0,054	0,052	0,071
Ca (kg/kg KM)	0,0038	0,0003	0,0045	0,0010
P (kg/kg MS)	0,0014	0,0032	0,0102	0,0173

TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmada; otlayan etçi sığırlara minimum maliyetli diyet hazırlamak amacıyla, NRC (2000) Model Düzeyi Bir'in karma sayısal doğrusal programlama (KSDP) modeline nasıl dahil edileceği açıklanmaktadır. Bu modelde; hayvanın enerji, metabolik protein, kalsiyum, fosfor ve efektif lif (eNDF) bakımından yaşama ve büyüme fonksiyonları için ihtiyaçlarını karşılayacak şekilde minimum maliyette yem kombinasyonu araştırılmaktadır.

Uruguay'da, etçi sığır yetiştiriciliğinde kırsal alanlar esas kaba yem kaynağıdır. Aynı zamanda, düşük kalitede bir otlak (2,0-2,2 Mcal ME/kg KM, 9-12% HP) ve kaba yem üretiminde dalgalı bir pazara sahip oluşuyla karakterize olur. Genel olarak kışın düşük bir kaba yem üretimi ve ilkbahar-yaz arasında ise ihtiyaçtan fazla bir üretim olduğu gözlenir (Orcasberro, 1994; Mieres, 2004).

Büyüyen hayvanlar (kesimlik danalar ve bir yaşından büyükler), hiç ek yem verilmeksizin doğal otlak alanlarında otlarlar. Bu kategorideki hayvanlar kış mevsiminde, temel olarak düşük otlak kalitesine sahip kırsalda vücut ağırlıklarının % 10-15'ini kaybederler. Bu durum, 2 yaşındaki dişilerin başarılı bir şekilde çiftleşmesi ve 2.5 yaşındaki erkeklerin yeterli hizmet gücüne sahip olması için ağırlık ve kondisyon bakımından istenen büyüme hızına erişmelerini engeller (Quintans, 2002; Pigurina ve ark., 1997).

Araştırma, çiftleşme ve güç bakımından yukarıda bahsedilen amaçlara nispeten erken yaşta erişilmesinin teyit edilmesi bakımından olumlu bulunmuştur. Buna göre; birinci ve ikinci kış mevsimi esnasında düşük bir ağırlık kazancı elde edilmesine (yaklaşık 0.200 kg/gün) ilaveten kış periyodu süresince ağırlıklarını %0,7-1 arasında bir konsantre yem ile takviye etmek gerekmektedir (Quintans, 2002; Pigurina ve ark., 1997).

Ortaya konulan model bir tavsiye olmayıp, KSDP modelinin yürütülmesinin basitçe gösterilmesidir. Aynı zamanda, Uruguay ekstansif et sığırı yetiştiriciliğinde yaygın bu durumu gösteren hipotetik bir teşebbüstür. Burada; otlak şartları ve arazi durumu, sonra birinci kışta otların tükenmesi ve muhtemel bu bölgenin tipik yemleriyle danaların ek yemlenmesi simüle edilmektedir.

160 kg canlı ağırlıkta ve düşük kalitede bir merada otlayan danalar 0.200 kg/gün ağırlık kazanabilirler. KSDP modeli uygulanmasıyla, %76 otlak (3,33 kg KM/hayvan/gün) ve % 24 konsantre yemden oluşan (0,2922 kg KM/hayvan/gün ekspeller ATK ve ilave olarak 0,7594 kg KM/hayvan/gün pirinç yan ürünleri ile bir diyet karışımı ortaya çıkmaktadır.

Model, konsantre yemlerde ortalama %88 KM olduğu kabul edilirse, vücut ağırlığının %0,75'i düzeyinde ve araştırmacıların önerileriyle uyum içerisinde (Quintans, 2002; Pigurina ve ark., 1997) bir ek yemleme tahmin etmektedir. Formüle edilen ek yem 2,5 Mcal ME/kg KM ve %17,6 HP sağlayan, %27,8 ekspeller ayçiçeği küspesi ve %72,2 pirinç yan ürünlerini kapsamaktadır. Bu besin maddesi içeriği, genel olarak hayvan besleme uzmanları tarafından bu hayvan kategorisi ve örnekte belirlenen çevre şartları için (2,4-2,8 Mcal ME/kg KM, %16-18 HP) tavsiye edilen konsantre yemlere denk gelmektedir

Diğer taraftan, Lardy ve ark. (2004) otlayan genç sığırlar için NRC Model Düzey Bir'i incelediklerinde, modelin ek yem ihtiyaçlarının belirlenmesi bakımından iyi bir tahmin aracı olduğu sonucuna varmışlardır. Ancak, kullanılan verilerde bir seri düzeltmeye ihtiyaç duymuşlardır. Temel olarak, birbiriyle ilişkili olan çevre ve manejman arasındaki uyum iyi bir sürü yöneticisi ile sağlanabilir.

Bu çalışmayla sunulan KSDP modeli, kolayca uygulanarak belirli ek yemlerin kullanımı sınırlandırılabilir. Bazı yem maddeleri arasında belirlenen ilişkiler zorlanarak, diğer mineraller, A ve D vitaminleri vd. bakımından ihtiyaçları belirleyebilir. Bu model, damızlık sığırlara da uygulanabilir. Laktasyon ve gebelik bakımından enerji ihtiyaçlarını karşılayacak basit kısıtlar ekleyerek, ve bu iki işlem bakımından temel madde ihtiyaçları toplanarak, potansiyel kuru madde tüketimi diyet enerji yoğunluğunun bir fonksiyonu olarak alınırsa, bahsedilen kategori için NRC (2000) tarafından belirlenen eşitlikler birleştirilebilir.

Gebelik bakımından enerji ihtiyaçları doğrudan metabolik enerji olarak, kısıt K26'da yaşama payı ihtiyaçlarının belirlenmesine benzer bir şekilde, parametrize edilerek elde edilebilir. ME yaşama payı ve laktasyon için aynı değerlendirme etkinliğine sahiptir (NRC, 2000).

Gebelik ve laktasyon bakımından ME ihtiyaçlarını dikkate alan yeni iki değişken toplam ihtiyaçlar için toplanırlar (K23). Bu model, aynı zamanda, ahırda besi şartlarındaki (feed-lot) hayvanların diyetlerini formüle etmek için, basitçe otlağa değinen parametreleri elimine ederek (K2 ve K23 kısıtlarında, sırasıyla, $pI = 0$ ve $EMmact = 0$ yapılarak), kolayca adapte edilebilirler.

NRC (2000) modellerinin kompleks bir yapıda olmasından dolayı, minimum maliyette rasyonlar elde etmek için önceki modellerden daha kompleks modellere ihtiyaç duyar. Bu çalışmada açıklanan KSDP modeli orta seviyede kompleks bir yapı göstermektedir (180 kısıt ve 59'u sayısal (binary) olan 84 değişken). Enformatik programlar ile uygulama ve çözüm

bakımından, leksikografik matematik programlamayı destekleyen diller, modelin aktive edilmesi ve yürütülmesi için verilerin girilmesi ve değiştirilmesi sırasında oluşan hata oranını minimuma indirerek büyük kolaylık sağlar.

TEŞEKKÜR

Dr. Pablo Lara'ya (Kordoba Üniversitesi, Zootekni Bölümü, İspanya) faydalı ders notları ve değerli önerileri için teşekkür ederiz.

KAYNAKLAR

Apland, J. 1986. The approximation of nonlinear programming problems using linear programming. Department of Agricultural and Applied Economics. University of Minnesota. Staff Paper P86-2. 23 pp.

Baíllo, A., Linares, P., Ramos, A., Sánchez, P., Sarabia, A. y Vitoriano, B. 2004. Modelos matemáticos de optimización. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Universidad Pontificia Comillas. Madrid. 199 pp.

Bargo, F., Muller, L., Kolver, E. and Delahoy. 2003. Invited review: Production and digestion of supplemented dairy cows on pasture. *J Dairy Sci*, 86: 1-42.

Barnard, C. y Nix, J. 1984. Planeamiento y control agropecuario. Ed. El Ateneo. Buenos Aires. 527 pp.

Beneke, R. and Winterboer, R. 1973. Linear Programming Applications to Agriculture. The Iowa State University Press. 244 pp.

Black, J. and Hlubik, J. 1980. Basics of computerized linear programs for ration formulation. *J Anim Sci*, 63: 1366-1378.

Brokken, R. 1971. Programming models for use of the Lofgreen-Garrett net energy system in formulating rations for beef cattle. *J Anim Sci*, 32: 685-691.

Caton, J. and Dhuyvetter, D. 1997. Influence of energy supplementation on grazing ruminants: Requirements and responses. *J Anim Sci*, 75: 533-542.

Cochran, R., Koster, H., Olson, K., Heldt, J., Mathis, C. and Woods, B. 1998. Supplemental protein sources for grazing beef cattle, Proc. 9th Annual Florida Ruminant Nutrition Symposium. University of Florida. Gainesville.

Dean, G., Bath, D. and Olayide, S. 1969. Computer program for maximizing income above feed cost from dairy cattle. *J Dairy Sci*, 52: 1008-1016.

DelCurto, T., Hess, B., Huston, J. and Olson, K.C. 2000. Optimum supplementation strategies for beef cattle consuming low-quality roughages in the western United States. *Proc Am Soc Anim Sci*, 1999.

Dixon, R. and Stockdale, C. 1999. Associative effects between forages and grains: consequences for feed utilization. *Aust J Agric Res*, 50: 757-773.

- Garcia Martinez, A., Rodriguez Alcaide, J. y Ruiz, D. 1998.** Optimización del engorde de bovinos en pastoreo en la pampa Argentina mediante programación lineal. Invest Agr: Prod Sanid Anim, 13: 99-117.
- Harkins, J., Edwards, R. and McDonald, P. 1974.** A new net energy system for ruminants. Anim Prod, 19: 141-148.
- Hiller, F. y Lieberman, G. 2002.** Investigación de operaciones. 7ª ed. McGraw Hill. México. 1223 pp.
- Lardy, G., Adams, D., Klopfenstein, T. and Patterson, H. 2004.** Building beef cow nutritional programs with the 1996 NRC beef cattle requirements model. J Anim Sci 82 (E. Suppl.): E83-E92.
- Lofgreen, G. and Garrett, W. 1968.** A system for expressing net energy requirements and feed values for growing and finishing cattle. J Anim Sci, 27: 739-806.
- Maroto, C., Ciria, J., Gallego, L. y Torres, A. 1997.** Gestión de la producción ganadera. Ediciones Mundi-Prensa. Madrid. 238 pp.
- McCall, D., Clark, D., Stachurski, L., Penno, J., Bryant, A. and Ridler, B. 1999.** Optimized dairy grazing systems in the northeast United States and New Zealand. I. Model description and evaluation. J Dairy Sci, 82: 1795-1807.
- Mieres, J. 2004.** Guía para la alimentación de rumiantes. INIA Serie Técnica, nº 142. 81 pp.
- Moore, J., Brant, M., Kunkle, W. and Hopkins, D. 1999.** Effects of supplementation on voluntary forage intake, diet digestibility, and animal performance. J Anim Sci, 77 (Suppl. 2): 122-135.
- NRC. 2000.** Nutrient requirements of beef cattle, 7th revised edition. Update 2000. National Academy Press. Washington, D.C. 248 pp.
- O'Connor, J., Sniffen, C., Fox, D. and Milligan, R. 1989.** Least cost dairy cattle ration formulation model based on the degradable protein system. J Dairy Sci, 72: 2733-2745.
- Orcasberro, R. 1994.** Suplementación y performance de ovinos y vacunos alimentados con forraje. En: Pasturas y producción animal en áreas de ganadería extensiva. INIA Serie Técnica, 13: 225-232.
- Pigurina, G., Brito, G., Pittaluga, O., Scaglia, G., Risso, D. y Berretta, E. 1997.** Suplementación de la recría en vacunos. En: Suplementación estratégica de la cría y recría ovina y vacuna. INIA Serie de Actividades de Difusión, 129: IV.1-IV.6.
- Quintans, G. 2002.** Manejo de la recría vacuna en sistemas ganaderos. Seminario de actualización técnica sobre la cría y recría ovina y vacuna. INIA Serie de Actividades de Difusión 288: 47-56.
- Rotz, C., Mertens, D., Buckmaster, D., Allen, M. and Harrison, J. 1999.** A dairy herd model for use in whole farm simulations. J Dairy Sci, 82: 2826-2840.
- Soto, C. y Reinoso, V. 2004.** Empleo de la programación lineal en la formulación de raciones al mínimo costo para la suplementación de rumiantes a pastoreo. Veterinaria, 39: 17-22.
- Taha, H. 1998.** Investigación de operaciones. Una introducción. 6ª ed. Prentice Hall. México. 944 pp.

Tedeschi, L., Fox, D., Chase, L. and Wang, S. 2000. Whole-herd optimization with the Cornell net carbohydrate and protein system. I. Predicting feed biological values for diet optimization with linear programming. *J Dairy Sci*, 83: 2139-2148.

Waugh, F. 1951. The minimum cost dairy feed. An application of linear programming. *J Farm Econ*, 33: 299-31